



Sociedad  
Matemática  
Mexicana

Comité Organizador de la 25a Olimpiada  
Mexicana de Matemáticas. Delegación Nayarit



COCYTEN  
Consejo de Ciencia y Tecnología  
en el Estado de Nayarit

**XIII OLIMPIADA NAYARITA DE MATEMÁTICAS PARA ALUMNOS DE  
SECUNDARIA Y BACHILLERATO, SEPTIEMBRE 2011. 1er EXAMEN FINAL**

Clave:

**INTRUCCIONES GENERALES:** Contesta correctamente el siguiente examen, los problemas valen 7 puntos cada uno, justifica todos tus resultados y presenta el desarrollo de cada problema en hojas separadas. No se permite el uso de tablas, calculadoras o formularios, tienes 4 horas para contestarlo.

**Problema 1.**

¿Cuántos elementos a lo más podemos escoger dentro del conjunto  $\{1,2,3, \dots, 20\}$  no queremos que la suma de dos de los números escogidos sea múltiplo de un número al cuadrado mayor que 1?

**Problema 2.**

Sea  $N$  un número de tres dígitos distintos de 0 y  $N'$  el mismo número pero escrito al revés. ¿Cuántos  $N$  cumplen que 7 divide a  $N - N'$ ?

**Problema 3.**

Sea  $ABC$  un triángulo y  $P$  un punto en su interior. Las rectas paralelas a los lados de  $ABC$  que pasan por  $P$  dividen a este triángulo en tres triángulos más pequeños y tres cuadriláteros con vértice común  $P$ . Demuestra que si dos de estos cuadriláteros son rombos entonces el tercero también lo es.

**Problema 4.**

Se tienen 2011 cajas numeradas con números del 1 al 2011 y en cada caja hay al menos 1 pelota y para  $n \geq 3$  se cumple que la suma del número de pelotas en las cajas  $n - 2$ ,  $n - 1$  y  $n$  es igual a  $n$ . Por ejemplo, las cajas 7, 8 y 9 contienen en total 9 pelotas. ¿Cuántas pelotas hay en la caja 2011?