

**XIV OLIMPIADA NAYARITA DE MATEMÁTICAS PARA ALUMNOS DE
SECUNDARIA Y BACHILLERATO, JUNIO 2012. EXAMEN SEMIFINAL**

Clave:

INTRUCCIONES GENERALES: Contesta correctamente el siguiente examen, los problemas valen 7 puntos cada uno, justifica todos tus resultados y presenta el desarrollo de cada problema en hojas separadas. No se permite el uso de tablas, calculadoras o formularios, tienes 4 horas para contestarlo.

Problema 1.

Se tienen 2012 tarjetas numeradas del 1 al 2012, en orden, en una línea. Se van recogiendo algunas cartas en forma alternada como sigue: Se recoge la 1 y se deja la 2 en la fila, se recoge la 3 y se deja la 4 en la fila, etc. Luego se vuelve a comenzar con las cartas que quedan en la fila, así que se recoge la 2 y se deja la 4, se recoge la 6 y se deja la 8 y así sucesivamente. Cuando se llega al final de la fila, se vuelve a empezar. ¿Cuántas cartas quedan en la fila en el momento que se recoge la carta 2012? (Por ejemplo, si sólo hubiera cartas de la 1 a la 6 y se preguntara por cuántas cartas quedan al recoger la carta 6, la respuesta sería 1 pues se habrían recogido, en orden, las cartas con números 1, 3, 5, 2 y 6 así que sólo quedaría la 4).

Problema 2.

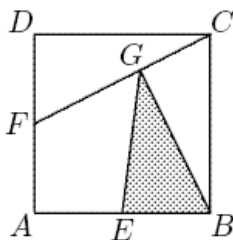
En la mesa hay tres montones de piedras. El montón A tiene 52 piedras, el montón B tiene 40 y el montón C tiene 1. En cada momento Esteban puede hacer uno de los siguientes movimientos:

- Quitar 5 piedras de A y ponérselas a B
- Quitar 4 piedras de B y ponérselas a C.
- Quitar 3 piedras de A y ponérselas a C.

¿Cuántos movimientos necesita hacer Esteban para lograr que en todos los montones haya el mismo número de piedras?

Problema 3.

El cuadrado ABCD tiene lados de longitud 2; E y F son los puntos medios de los lados AB y AD, respectivamente, y G es un punto en CF tal que $3CG = 2GF$ (ver la figura). ¿Cuál es el área del triángulo BEG?



Problema 4.

Un rectángulo se parte en 5 rectángulos de lados enteros y áreas 3, 4, 7, 10 y 12. Determinar todos los posibles perímetros del rectángulo.

Problema 5.

Determinar todas las parejas de enteros positivos (a; b) que cumplan:

$$a + b + ab = 134 \quad y \quad a \leq b$$